Gestão de carteiras

Elísio Brandão *

Introdução

gestão de carteiras é uma abordagem estruturada relativa à selecção de investimento em contexto de incerteza.

Esta teoria foi, inicialmente, desenvolvida por Markowitz. Ela pode ser vista como uma simplificação da teoria da tomada de decisão em contexto de incerteza e baseia-se em dois pressupostos:

- a rentabilidade dos títulos é descrita através de uma distribuição normal;
- os investidores são avessos ao risco.

Estes pressupostos têm consequências nas decisões dos investidores em contexto de incerteza, a saber:

- duas estatísticas são suficientes para descrever a distribuição das rentabilidades de uma carteira, isto é, a média e a variância da distribuição:
- os investidores preferem uma rentabilidade esperada superior a uma rentabilidade inferior para uma dada variância da carteira. Inversamente, preferem uma variância inferior a uma variância superior da rentabilidade da carteira para um dado nível de rentabilidade esperada.

O pressuposto segundo o qual os investidores são avessos ao risco permite prever que eles tentarão diversificar as suas carteiras em vez de preferirem um único activo com rentabilidade esperada mais elevada.

De acordo com a teoria da gestão de carteiras, as características individuais de um activo só são importantes pelos efeitos que elas produzem na distribuição da rentabilidade da carteira.

Para modelizar a relação entre a rentabilidade de uma carteira e a rentabilidade dos títulos dessa carteira é necessário utilizar alguns conceitos e algumas noções da teoria das probabilidades.

Este artigo está organizado do modo seguinte:

A primeira secção será consagrada a uma apresentação sucinta dos mercados financeiros e dos seus diferentes segmentos;

A segunda terá por objecto expôr as fórmulas de cálculo, *ex ante* e *ex post*, das rentabilidades dos títulos e das carteiras, bem como das variâncias, desvios padrões, covariâncias e coeficientes de correlação;

O modelo de mercado, o risco sistemático, não sistemático e total serão apresentados na terceira secção;

Na quarta, apresentaremos os conceitos de oportunidades de investimento, fronteira eficiente, curvas de indiferença e determinação da carteira óptima;

A quinta secção será consagrada à exposição do modelo de equilíbrio dos activos financeiros (MEDAF ou CAPM) sem impostos e com impostos (modelo de Michael Brennan).

A sexta secção terá por objecto a apresentação da teoria da arbitragem pelos preços (APT), bem como do modelo trifactorial de Fama e French.

Por último, serão apresentadas as principais conclusões.

^{*} Licenciado pela Faculdade de Economia da UP, mestre (DEA) e Docteur d'État em Gestão, especialidade em Finanças/Gestão Financeira, pela Universidade de Paris-Dauphine com equivalência a Doutor em Economia pela Univ. do Porto, especialidade de Finanças Empresariais, professor da Faculdade de Economia da Universidade do Porto, desde 1988.

1 — Funções dos mercados financeiros

Há agentes económicos que investem mais do que o que poupam e existem outros que poupam mais do que o que investem. Daí resulta a necessidade de organizar a transferência de uns para os outros.

Estas transferências efectuam-se por intermédio do sistema financeiro que compreende o mercado monetário e o mercado de capitais.

O mercado de capitais constitui um circuito de financiamento especializado e desempenha as funções seguintes:

- De mercado primário;
- De mercado secundário;
- De avaliação dos activos financeiros;
- De facilitar a reestruturação do tecido empresarial.

O mercado de capitais enquanto mercado primário permite transformar directamente a poupança das famílias em financiamento de médio e longo prazos das empresas. Em contrapartida do encaixe que as empresas efectuam emitem valores mobiliários (acções ou obrigações) que são subscritos e realizados pelos investidores.

O mercado de capitais enquanto mercado secundário assegura a liquidez e a mobilidade da poupança ¹. Sem esta função, a poupança não podia entrar e sair quando desejasse e os investidores com posições abertas não as podiam desfazer.

O mercado financeiro também desempenha a função de avaliação dos títulos ². Cada activo financeiro tem um preço que depende das antecipações dos investidores quanto à sua rentabilidade futura e ao seu risco.

Se o mercado é eficiente sob a forma semi-forte no sentido de Fama ³ o preço de um activo financeiro é, em cada instante, um estimador não enviesado do seu valor intrínseco.

Os mercados financeiros desempenham ainda a função de facilitar a reestruturação das empresas e dos grupos e de permitir o seu rápido ajustamento à estrutura óptima.

A alteração das estruturas industriais efectua-se através das operações seguintes:

- Ofertas públicas de aquisição (OPA);
- Ofertas públicas de venda (OPV);
- Ofertas públicas de troca (OPT)
- Negociação de blocos de títulos.

Os mercados financeiros podem ser divididos em:

- A pronto;
- A prazo.

Estes últimos podem ser subdivididos em: prazo firme e prazo condicionado e ambos podem ser organizados ou não organizados. Os mercados de produtos derivados a prazo firme organizados, são conhecidos por mercados de futuros. Os mercados de produtos derivados a prazo condicionado, são vulgarmente conhecidos por mercados de opções.

Nos mercados a pronto existe quase simultaneidade entre o momento da celebração do contrato e a sua liquidação.

Para que uma empresa seja inscrita na cota oficial tem de satisfazer um conjunto de condições em matéria:

- De natureza jurídica (perfeita regularidade);
- Económico-financeira (boa situação);
- Dimensão (mínima);
- Dispersão do capital (mínimo de 20%);
- Publicação de informação.

¹ Caso contrário seria uma «ratoeira».

² Para determinar o valor dos títulos existem fundamentalmente duas perspectivas: a análise fundamental e a análise técnica. De acordo com a primeira o valor dos títulos é obtido através das qualidades ou características económico-financeiras da empresa, isto é, das potencialidades para gerar *cash flows* e do seu património. A análise fundamental é efectuada pelos analistas financeiros e pode ser útil mesmo no caso de mercados eficientes. Ela pode conduzir a reduzir os desvios entre a cotação e o valor intrínseco dos títulos. A análise técnica incide somente sobre o comportamento dos preços dos títulos e sobre os dados do mercado. Ela baseia-se no pressuposto segundo o qual os factores económicos, financeiros, políticos, psicológicos e outros que influenciam o valor das empresas estão reflectidos nos preços. Portanto, a análise do comportamento dos preços e do volume de transacções é suficiente para avaliar e mesmo antecipar a evolução das cotações.

³ Fama (1970) classifica os mercados em eficientes sob a forma forte, semiforte e fraca. A primeira classe corresponde aos mercados em que os preços reflectem instantânea e imediatamente toda a informação pública e privada disponível. A segunda diz respeito aos mercados financeiros em que os preços reflectem instantânea e imediatamente toda a informação pública disponível. A terceira respeita aos mercados financeiros em que os preços não repercutem a informação.

Nos mercados a prazo existe um considerável desajustamento entre o momento da celebração do contrato e a sua liquidação.

Uma operação de compra ou de venda a prazo é perfeitamente definida em todas as suas características no momento da conclusão do contrato. A sua liquidação (entrega dos títulos e respectivo pagamento) tem lugar numa data posterior.

No caso de operações a prazo firme os intervenientes na operação, comprador e vendedor, assumem compromissos irrevogáveis. Os compradores, de pagarem o preço; os vendedores, de entregarem os títulos.

Os valores negociáveis a prazo são simultaneamente negociáveis a pronto.

As operações a prazo condicionadas podem não se concretizar por interesse do titular do contrato.

Quer os mercados a prazo firme quer os condicionados podem ser não normalizados e normalizados. Nos primeiros existe o risco de contrapartida ao passo que nos segundos não existe. Este risco é devido à inexistência de uma clearing house que se interpõe entre o comprador e o vendedor.

Nos mercados financeiros os preços formam-se pelo confronto das ordens⁴ de compra e de venda. A comparação dos dois tipos de ordens permite determinar o preço de equilíbrio.

2 — Fórmulas de cálculo das rentabilidades e do risco

O conceito de rentabilidade é importante para a gestão de carteiras e pode ser calculada em termos clássicos e logarítmicos.

Cálculo das rentabilidades

De acordo com a fórmula clássica, a rentabilidade de um valor mobiliário de rendi-

mento variável, no período *t, Rjt,* exprime-se por:

(2.1)
$$R_{jt} = \frac{P_{jt} + D_{jt} - P_{jt-1}}{P_{jt-1}}$$

onde:

 R_{jt} é a rentabilidade do título j, no período t; P_{jt} é o preço do título j, no momento t; P_{jt-1} é o preço do título j, no momento t-1; D_{jt} é o montante dos dividendos distribuidos, em período t.

A rentabilidade do mercado, no período *t*, *Rmt*, exprime-se por:

(2.2)
$$R_{mt} = \frac{I_t - I_{t-1}}{I_{t-1}}$$

onde:

 R_{mt} é a rentabilidade do mercado, em período t; I_t é o índice do mercado, no momento t; I_{t-1} é o índice do mercado, no momento t-1.

Para atenuar as assimetrias das rentabilidades estas são, muitas vezes, calculadas utilizando as rentabilidades logarítmicas.

De acordo com as fórmulas logarítmicas, a rentabilidade das acções, no período *t, Rjt*, exprime-se através de:

(2.3)
$$R_{it} = Ln((P_{it} + D_{it})/P_{\hat{n}-1})$$

onde:

Rjt é a rentabilidade do título j, em período t; Ln é o logarítmo neperiano; P_{jt} , P_{jt-1} e D_{jt} têm o significado já conhecido.

A rentabilidade do mercado, no período t, R_{mt} , exprime-se por:

(2.4)
$$R_{mt} = In \frac{I_t}{I_{t-1}}$$

⁴ As ordens de bolsa são instruções dadas aos operadores do mercado por pessoas físicas ou morais que desejam comprar ou vender valores mobiliários e comportam normalmente tês tipos de informações:

[•] Indicações gerais: sentido da operação (compra ou venda); nome dos títulos; número e natureza dos títulos a negociar; mercado seleccionado (pronto ou prazo);

[•] Estipulação do preço (as ordens ao melhor serão executadas qualquer que seja o preço);

[·] Período de validade da ordem.

Ln é o logarítmo neperiano; It e I t-1 é o índice bolsista nos momentos t e t-1

Rentabilidade dos títulos (dados históricos)

Com base em dados históricos, a rentabilidade média do título *i, ri,* exprime-se por:

(2.5)
$$\overline{r_j} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} r_{jt}$$

onde:

 $\overline{r_j}$ é a rentabilidade média do título j, nos n periodos de observação;

 r_{jt} é a rentabilidade do título j, no período t; n é o número de períodos de observações.

De acordo com os pressupostos inerentes à teoria das carteiras a média exprime a rentabilidade dos títulos.

A variância de rentabilidades do título j, σ^2_j , expressa-se por:

(2.6)
$$\sigma^{2}_{j} = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n} (r_{jt} - \overline{r}_{j})^{2}$$

onde:

 $\overline{r_j}$ é a rentabilidade média do título j, nos n períodos de observação;

 r_{jt} é a rentabilidade do título j, no período t; n é o número de observações.

A variância é uma medida de dispersão da rentabilidade dos títulos, em torno da média, e exprime o risco. O risco é também expresso pelo desvio-padrão.

O desvio-padrão da rentabilidade do título j, σ_j , é igual à raiz quadrada da variância e exprime-se por:

(2.7)
$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n} (r_{jt} - r_j)^2}$$

A rentabilidade, \bar{r}_j , e o risco, σ_j , são um binómio que permite avaliar a *performance* de um título ou de uma carteira.

O coeficiente de variação mede o risco relativo ao passo que o desvio-padrão é uma medida do risco absoluto.

O coeficiente de variação exprime-se pela fórmula matemática:

(2.8)
$$C. V_{-j} = \frac{\sigma_j}{E(r_j)}$$

onde:

 $C.V._j$ é o coeficiente de variação do título j; σ_j é o desvio padrão do título j; $E(r_j)$ é a esperança de rentabilidade do título j.

Um título pode ter um maior risco absoluto, medido pelo σ , mas ter um menor risco relativo.

Vejamos um exemplo em que foi possível obter para os títulos i e j, os seguintes dados:

$$E(r_i) = 22.5\%$$
; $\sigma_i = 7.5\%$; $E(r_i) = 10\%$; $\sigma_i = 5\%$.

O título *i* tem um desvio-padrão superior, em 50%, ao título *j* (7,5% contra 5%); contudo, o risco por unidade de esperança de rentabilidade é inferior no título *i* comparativamente com o título *j*.

De facto, o risco unitário para o título i é (7,5% / 22,5%) 0,33 e para o título j é (5% / 10%) 0,5.

Rentabilidade da carteira (dados históricos)

Com base em dados históricos a rentabilidade de uma carteira, para o período t, é a média ponderada da rentabilidade dos títulos da carteira.

A rentabilidade da carteira, no período *t*, *Rpt*. exprime-se por:

(2.9)
$$r_{pt} = \sum_{j=1}^{n} r_{jt} \bullet w_{jt}$$

onde:

 r_{jt} é a rentabilidade do título j, em período t; n é o número de títulos que constituem a carteira;

 w_{jt} é o valor de mercado do título j dividido pelo valor de mercado da carteira, isto é, a ponderação do título j na carteira.

A variância da carteira, expressa-se por:

(2.10)
$$\sigma_{p}^{2} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \operatorname{cov}_{ij} w_{i} w_{j}$$

onde:

 cov_{ij} representa a covariância entre as rentabilidades dos títulos i e do título j;

 w_i representa o peso do título i na carteira; definido pelo valor de mercado do título i dividido pelo valor de mercado da carteira; w_j tem idêntico significado.

 $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n}$, o duplo somatório significa que todas as possíveis covariâncias devem ser adicionadas.

A variância pode ser expressa através da fórmula equivalente:

(2.11)
$$\sigma_i^2 = \sum \sigma_i^2 w + 2 \sum^{(a)} \text{cov}_{ij} w_i w_i$$

onde:

(a) significa que há $(n^2-n)/2$ únicas covariâncias numa carteira de n títulos;

a primeira metade da equação indica que a variância de cada activo é ponderada pelo quadrado e adicionada;

a segunda metade da equação indica que a covariância ⁵ é multiplicada pelo peso de cada título na carteira e adicionada sendo, por último, multiplicada por 2.

Tratando-se de uma carteira apenas com dois títulos i e j a variância da carteira, σ_{p}^{2} , exprimese por:

(2.12)
$$\sigma_{p}^{2} = \sigma_{ij}^{2} = \sigma_{i}^{2} W_{i}^{2} + \sigma_{j}^{2} (1 - W_{i})^{2} + 2 \cdot \text{COV}_{ij} \cdot W_{i} \cdot (1 - W_{i})$$

onde:

 w_i é a fracção (peso) do investimento (carteira) aplicada no título i.

 $1-w_i$ é a fracção do investimento aplicada no título j;

 σ^2_i é a variância da rentabilidade do título i; σ^2_j é a variância da rentabilidade do título j; \cot_{ij} é a covariância entre as rentabilidades dos títulos i e j.

O desvio-padrão da carteira constituído pelos títulos *i* e *j* é igual à raiz quadrada da variância da carteira e exprime-se por:

(2.13)
$$\sigma_{ij} = \sigma_p =$$

$$= \sqrt{\sigma_i^2 w_i^2 + \sigma_j^2 (1 - w_i)^2 + 2 \cdot \text{cov}_{ij} \cdot w_i \cdot (1 - w_i)}$$

ou:

(2.14)
$$\sigma_{ij} = \sigma_{p} =$$

$$= \sqrt{\sigma_{i}^{2} w_{i}^{2} + \sigma_{j}^{2} (1 - w_{i})^{2} + 2 \cdot \rho_{ij} \sigma_{i} \sigma_{j} \cdot w_{i} \cdot (1 - w_{i})}$$

onde os símbolos têm o mesmo significado que na fórmula precedente e r_{ij} é o coeficiente de correlação entre as rentabilidades dos títulos i e j.

A título de exemplo, vejamos uma carteira constituída por dois títulos relativamente aos quais foi possível obter os seguintes dados:

Variância do título 1, $\sigma_1^2 = 0.04125$;

Variância do título 2, $\sigma_0^2 = 0.022$;

Covariância entre as rentabilidades dos títulos 1 e 2, $cov_{1,2} = 0.018$;

Ponderação do título 1 na carteira, $w_1 = 1/3$;

Ponderação do título 2 na carteira, $w_2 = 2/3$.

O desvio-padrão da carteira, σ_{p} é igual a:

$$\sigma_{\rho} = \sqrt{0.0125 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{2} + 0.022 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{2} + 2 \times 0.018 \quad \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}} \iff \\ \Leftrightarrow \sigma_{\rho} = \sqrt{0.004583333 \times 0.009777778 + 0.008} \iff \sigma_{\rho} = 0.1495$$

⁵ O conceito de covariância será apresentado no ponto seguinte.

⁶ Esta medida será apresentada nas páginas seguintes.

A covariância mede o grau de comovimento ou covariação entre as rentabilidades dos títulos *i* e *j*. Ela combina a variância com a tendência das rentabilidades e expressa-se através da fórmula matemática:

(2.15)
$$\operatorname{cov}_{if} = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n} (r_{it} - \overline{r_t}) (r_{jt} - \overline{r_j})$$

onde:

n é o número de observações; as restantes variáveis têm o significado já conhecido.

Os termos das expressões $(r_i - \overline{r_i})$ e $(r_{jt} - \overline{r_j})$ representam os desvios das rentabilidades dos títulos i e j em relação às suas médias, respectivamente.

O coeficiente de correlação entre os títulos i e j, ρ_{ij} , normaliza ou estandardiza a covariância entre os títulos i e j dividindo-a pelo produto dos seus desvios-padrões.

O coeficiente de correlação entre os títulos *i* e *j*, expressa-se por:

$$\rho_{ij} = \frac{\operatorname{Cov}_{ij}}{\sigma_i \ \sigma_j}$$

onde:

 cov_{ij} representa a covariância entre as rentabilidades dos títulos $i \in j$;

 $\sigma_i \, \sigma_j$ são os desvios-padrões das rentabilidades dos títulos i e j.

O coeficiente de correlação mede a proporção da variação total na variável dependente que é explicada pelos movimentos na variável independente.

Este coeficiente assume valores entre -1 e +1.

Se é igual a -1, a correlação é perfeita negativa e as rentabilidades dos dois títulos movem-se em sentido oposto.

Se é igual a +1, a correlação é perfeita positiva e as rentabilidades dos dois títulos movem-se no mesmo sentido.

Se é igual a zero, não há correlação entre as variáveis (rentabilidades), ou seja, elas são independentes.

Quando os activos têm variância nula o seu ponto situa-se sobre a recta de regressão num plano cartesiano.

Rentabilidade dos títulos (dados previsionais)

Com base em dados previsionais, a rentabilidade esperada do título *j* exprime-se por:

(2.17)
$$E(r_j) = \sum_{s=1}^{n} r_{js} \pi_s$$

onde:

 $E(r_j)$ é a esperança de rentabilidade do título j; esta rentabilidade corresponde à média esperada das rentabilidades condicionadas;

n é o número de estados de natureza;

 r_{js} é a rentabilidade do título j se o estado de natureza s ocorre;

 $\pi_{\rm s}$ é a probabilidade de ocorrência do estado da natureza s;

$$\sum_{s=1}^{n} r_{js} \ \pi_{s} = 1; \quad 0 < \pi_{s} < 1.$$

A variância da rentabilidade esperada do título j, σ^2 , exprime-se por:

(2.18)
$$\sigma_{j}^{2} = \sum_{s=1}^{n} \left[r_{js} - E(r_{j}) \right]^{2} \pi_{s}$$

onde as variáveis têm o significado já conhecido.

O desvio padrão da rentabilidade esperada do título j, σ_j , é igual à raiz quadrada da variância e exprime-se por:

(2.19)
$$\sigma_{j} \sqrt{=\sum_{s=1}^{n} \left[r_{js} - E(r_{j})\right]^{2} \pi_{s}}$$

onde o desvio padrão da rentabilidade esperada, σ_{j} , é a média ponderada do desvio potencial da rentabilidade esperada.

Rentabilidade da carteira (dados previsionais)

Incidindo o estudo sobre dados previsionais, a esperança de rentabilidade de uma carteira expressa-se através da fórmula:

(2.20)
$$E(r_p) = \sum_{j=1}^{n} E(r_j) W_j$$

 $E(r_j)$ é a esperança de rentabilidade do título j; w_i é o peso do título j na carteira.

A rentabilidade esperada de uma carteira é a média ponderada da rentabilidade esperada dos títulos individuais da carteira.

A esperança de rentabilidade de uma carteira pode igualmente ser obtida através da fórmula matemática:

(2.21)
$$E(r_p) = \sum_{s=1}^{n} r_{ps} \pi_s$$

onde:

 r_{ps} é a rentabilidade da carteira se o estado da natureza s ocorre;

 π_s é a probabilidade de ocorrência do estado de natureza s.

A variância da rentabilidade da carteira pode ser expressa através das seguintes fórmulas:

(2.22)
$$\sigma_{p}^{2} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \operatorname{cov}_{ij} w_{i} w_{j}$$

ou:

(2.23)
$$\sigma = \sum_{s=1}^{n} \sigma_{i}^{2} w_{i}^{2} + 2 \sum_{s=1}^{(a)} \operatorname{cov}_{ij} w_{i} w_{i}$$

onde os símbolos utilizados têm um significado idêntico ao utilizado com dados históricos.

A variância de uma carteira pode ainda ser expressa por:

(2.24)
$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^n [r_{js} - E(r_j)]^2 \cdot \pi_s$$

onde:

 r_{ps} é a rentabilidade da carteira se o estado da natureza s ocorre;

 $E(r_p)$ é a esperança de rentabilidade da carteira; π_s é a probabilidade de ocorrência do estado da natureza s.

A covariância entre as rentabilidades dos títulos $i \in j$ exprime-se por:

(2.25)
$$\operatorname{Cov}_{ij} = \sum_{s=1}^{n} \left[(r_{is} - E(r_{i})) (r_{js} - E(r_{j})) \right] \pi_{s}$$

onde:

 r_{is} e r_{js} são as rentabilidades dos títulos i e j se o estado da natureza s ocorre;

 $E(r_i)$ e $E(r_j)$ são as esperanças de rentabilidades dos títulos i e j;

 π_s é a probabilidade de ocorrência do estado da natureza s.

A covariância é uma medida que combina a volatilidade das rentabilidades com a sua tendência para se mover para cima ou para baixo ao mesmo tempo.

As noções que acabamos de apresentar permitem medir a rentabilidade e o risco de um título ou de um conjunto de títulos que constituem uma carteira.

3 - Modelo de mercado

O Modelo de Mercado⁷ pressupõe que a rentabilidade individual de um título está relacionada com os outros títulos através da rentabilidade do mercado. Este modelo pressupõe ainda que a relação entre a rentabilidade dos títulos e do mercado é linear.

O modelo exprime-se através da equação:

(2.26)
$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + e_{it}$$

onde:

 r_{jt} é a rentabilidade do título j, em período t; r_{mt} é a rentabilidade do mercado, em período t; α_j e β_j são parâmetros específicos do título j; e_{it} é o termo residual.

O termo residual tem o valor médio zero e é suposto não estar correlacionado com a rentabilidade do mercado, o termo residual dos outros títulos e o termo residual do mesmo título ao longo do tempo.

O parâmetro mais importante é o coeficiente beta, β_i .

O beta é o declive da recta e calcula-se através da expressão:

(2.27)
$$\beta_j = \frac{\text{cov}_{jm}}{\sigma_m^2} = \rho_{jm} \cdot \frac{\sigma_j}{\sigma_m}$$

⁷ O modelo de mercado também é conhecido por recta característica (characteristic line).

 \cot_{jm} é a covariância entre a rentabilidade do título j e a rentabilidade do mercado; σ^2_m é a variância da rentabilidade do mercado; ρ_{jm} é o coeficiente de correlação entre o título j e o mercado.

O beta é frequentemente referido como uma medida do risco sistemático, do mercado ou não diversificável.

O beta do mercado, β_{m} , é igual a 1 porque a covariância de uma variável consigo própria é igual à variância da variável, isto é, $\operatorname{Cov}_{ji} = \sigma^2_{j\cdot}$

Então:

$$\beta_j = \frac{\text{cov}_{mm}}{\sigma_m^2} = \frac{\sigma_m^2}{\sigma_m^2} = 1$$

Utilizando o beta igual a 1 como benchmark, pode-se classificar o risco sistemático dos títulos em dois grupos:

 β > 1: risco sistemático acima da média β < 1: risco sistemático abaixo da média.

Uma carteira com β >1 é agressiva e com β < 1 é defensiva.

Quando a rentabilidade do mercado se move para cima ou para baixo, a rentabilidade do título *j* também tem tendência para se mover no mesmo sentido.

O modelo de mercado decompõe o risco total de um valor mobiliário de rendimento variável em dois:

- o risco de mercado, sistemático ou não diversificável;
- o risco específico, diversificável ou não sistemático.

O risco de mercado está relacionado com acontecimentos tais como a guerra, a inflação, a recessão e as taxas de juro. Estes acontecimentos têm um impacto sobre o risco de todas as firmas e, por conseguinte, não pode ser eliminado.

O risco diversificável é originado por acontecimentos específicos da empresa tais como acções judiciais, programas de *marketing* bem ou mal sucedidos, ganho ou perda de contratos importantes.

O risco diversificável pode ser reduzido ou eliminado através da diversificação da carteira.

O risco total, risco de mercado acrescido do risco diversificável, pode ser expresso pela equação:

(2.28)
$$\sigma_{j}^{2} = \beta_{j}^{2} \sigma_{m}^{2} + \sigma_{ej}^{2}$$

O efeito da dimensão de uma carteira sobre o seu risco pode ser facilmente visualizado através do gráfico:

Risco da carteira (sigma)

15

Risco específico

Risco sistemático

10 20 40

Número de títulos

O gráfico revela que com o aumento da dimensão da carteira o seu risco total diminui.

Quando o número de títulos se situa na ordem dos 40, seleccionados aleatoriamente num mercado eficiente, o risco total aproxima-se do risco sistemático.

O modelo de mercado pode ter as *aplicações práticas* seguintes:

- permite fixar um objectivo de risco para uma carteira de títulos;
- mede a performance dos gestores de carteiras;
- possibilita a confrontação dos resultados da análise técnica com os resultados da análise fundamental:
- complementa outros modelos de avaliação;
- permite efectuar o estudo de acontecimentos.

Um dos primeiros estudos de acontecimentos foi o realizado por Fama, Fisher, Jensen e Roll (FFJR). Eles analisaram o efeito do *stock splits* sobre o preço das acções.

O método utilizado por estes autores consistiu em calcular a rentabilidade anormal com base no modelo de mercado. Para estimarem a rentabilidade «normal» efectuaram uma regressão, pelo método dos mínimos quadrados, entre a rentabilidade das acções e a rentabilidade de um índice construído a partir de todas as acções cotadas no New York Stock Exchange (NYSE), utilizando a equação:

$$Rit = \alpha i + \beta i^* Rmt + eit$$

onde:

Rjt é a rentabilidade realizada pelo título j, em período t;

Rmt é a rentabilidade realizada pelo mercado, em período t;

 α e β são parâmetros específicos ao título; ejt é o termo residual.

A rentabilidade média ou normal para um período de tempo, após ajustamento pelo risco e pelas alterações no índice de mercado é suposto ser igual a $\alpha j + \beta j^* Rmt$.

O termo residual, *ejt*, representa a *abnormal* return (rentabilidade anormal) (ARjt).

Para um período de tempo, a *ARjt*, é igual à rentabilidade realizada, *Rjt*, menos a rentabilidade normal, isto é:

$$ARit = eit = Rit - (\alpha i + \beta i^* Rmt)$$

Este método de estimar a rentabilidade anormal é frequentemente referido como análise residual (residual analysis), visto que a equação da regressão representa a rentabilidade normal e o resíduo, ejt, da equação representa a rentabilidade anormal.

A rentabilidade anormal pode ser medida pela média average abnormal return (AAR) ou acumulada cumulative average abnormal return (CAAR).

A primeira, conhecida pelo método de Beaver, é expressa através da equação:

$$AAR_t = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} AR_{jt}$$

A segunda, vulgarmente referida por método de Ball & Brown, exprime-se por:

$$CAAR = \sum_{t} AAR_{t}$$

O CAAR é calculado adicionando o AAR_t para cada período de tempo, começando normalmente vários períodos antes do «acontecimento» e terminando vários períodos após.

O CAAR exprime o comportamento médio dos preços dos títulos ao longo do tempo. Se os mercados são eficientes o CAAR aproxima-se de zero.

Estes métodos permanecem com grande actualidade apesar de ter havido alguns refinamentos ⁸.

4 — Conjunto das oportunidades de investimento, fronteira eficiente, curvas de indiferença e carteira óptima

Esta secção é consagrada à apresentação do conjunto das oportunidades de investimento, da fronteira eficiente, das curvas de indiferença e à determinação da fronteira óptima.

Conjunto de oportunidades de investimento

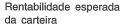
A figura abaixo representa o conjunto das oportunidades de investimento em vários títulos.

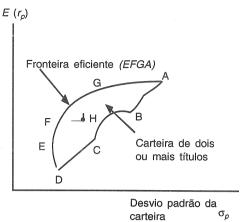
Os pontos *D*, *C*, *B* e *A* representam uma só acção ou uma carteira constituída por apenas um título.

Todos os outros pontos, na área compreendida entre as curvas, representam carteiras de dois ou mais títulos. Cada ponto nesta área representa uma carteira particular com um risco, σ_{p_i} e uma rentabilidade esperada, $E(r_p)$.

Os pontos *E, F, G,* bem como o *H,* representam uma carteira com rentabilidade e risco esperado.

⁸ Para mais detalhes v. a 2.ª parte de «L'information Comptable et Financière Publiée par les Entreprises: une Analyse Ecónomique de la Réglementation», thèse de doctorat d'État, Université de Paris-Dauphine, Elísio Moreira Brandão.





Dado este conjunto potencial de carteiras, a obtenção da carteira óptima implica a identificação da fronteira eficiente e a determinação das curvas de indiferença dos investidores.

Fronteira eficiente

Na figura anterior a curva representada pelos pontos *EFGA* define o conjunto eficiente de carteiras também conhecida por fronteira eficiente. As carteiras para a esquerda da fronteira eficiente não são possíveis de constituir porque não formam um conjunto atingível.

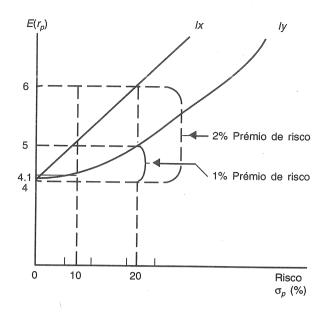
As carteiras para a direita da curva são ineficientes.

A fronteira eficiente corresponde às carteiras onde não é possível aumentar a esperança de rentabilidade para um dado nível de risco ou, por outras palavras, diminuir o risco para um dado nível de esperança de rentabilidade.

Curvas de indiferença

Dado o conjunto eficiente de carteiras para se determinar a carteira óptima de um investidor particular, é necessário conhecerem-se as suas atitudes em face do risco e reflectilas na sua função de *trade off* rentabilidade/risco ou curva de indiferença.

A função de *trade off*, rentabilidade/risco, de um investidor baseia-se nos conceitos económicos standards da teoria da utilidade e das curvas de indiferença.



O investidor *Y*, para um acréscimo de risco de 20 % satisfaz-se com apenas 1 % de prémio de risco (esperança de rentabilidade que se eleva de 4 % para 5 %).

O investidor X, para o mesmo acréscimo de risco de 20 % já exige 2 % de prémio de risco (a esperança de rentabilidade eleva-se de 4% para 6%).

O investidor X é mais avesso ao risco do que o investidor Y, porque para o mesmo montante de risco de 20 % exige um maior prémio de risco. Quanto maior for a inclinação da curva, maior é a aversão ao risco.

Carteira óptima para um investidor

A carteira óptima para um investidor situa-se no ponto de tangência entre a fronteira eficiente e a sua curva de indiferença.

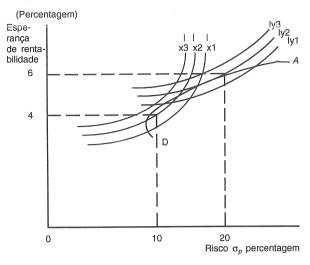
O ponto de tangência marca o mais alto nível de satisfação que o investidor pode atingir.

O investidor X, que é mais avesso ao risco do que o investidor Y, escolhe uma carteira com uma mais baixa esperança de rentabilidade ($E(r_p) \approx 4$ %), mas com um risco de apenas 10 % ($\sigma_p = 10$ %).

O investidor Y selecciona uma carteira que proporciona uma rentabilidade esperada de 6 % $(E(r_p) \cong 6 \%)$ e com um risco de 20 % $(\sigma_p = 20 \%)$.

Cada investidor tem um mapa de curvas de indiferença.

Para os investidores X e Y as curvas de indiferença são as seguintes:



As curvas situadas mais acima exprimem um maior nível de satisfação (ou utilidade).

 Iy_2 é melhor que Iy_1 porque para qualquer nível de risco o investidor Z tem uma esperança de rentabilidade superior e, por conseguinte, maior utilidade.

Para cada investidor podem ser desenhadas um conjunto de curvas de indiferença.

A figura acima mostra o conjunto de oportunidades de investimento e ilustra como as curvas de indiferença podem ser utilizadas para seleccionar a carteira óptima.

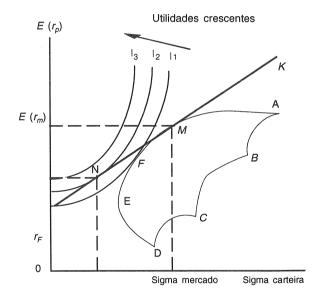
5 — Capital asset pricing model (CAPM)

O modelo de equilíbrio dos activos financeiros especifica a relação que existe entre o risco e a taxa de rentabilidade exigida dos activos, quando estes estão inseridos numa carteira bem diversificada.

Os pressupostos em que se baseia são os subjacentes aos mercados eficientes e, portanto, alguns dos pressupostos são comuns à moderna teoria das carteiras e ao CAPM, a saber:

- O objectivo dos investidores é maximizar a riqueza final;
- Os investidores tomam decisões com base no binómio rentabilidade e risco. A rentabilidade é medida pela média da rentabilidade esperada da carteira e o risco pela variância ou desvio padrão da rentabilidade esperada da carteira;

- Os investidores têm antecipações homogéneas da rentabilidade e do risco;
- Os investidores têm idêntico horizonte temporal;
- Todos os investidores têm acesso à mesma informação;
- As carteiras podem ser constituidas a partir de activos sem risco ou isentos de risco e com risco e os investidores podem contrair ou conceder empréstimos, em montante ilimitado, à taxa de juro isenta de risco;
- Não há impostos, nem custos de transacção, nem dificuldades em vender no curto prazo nem quaisquer outras imperfeições do mercado;
- A quantidade total de activos é fixa e todos os activos são transaccionáveis e divisíveis.



De acordo com o modelo CAPM, é possível constituir uma carteira a partir de activos sem risco e de activos com risco.

No gráfico acima está representado o conjunto de oportunidades de investimento em activos com risco e sem risco, e as curvas de indiferença.

O ponto F, onde a curva de indiferença I é tangente à fronteira eficiente para activos com risco, representa o ponto de maior utilidade.

Contudo, o investidor pode obter um maior nível de satisfação do que aquele que é proporcionado pelo ponto F (carteira F).

Pode atingir uma curva de indiferença que proporciona um maior nível de satisfação constituindo uma carteira também formada por activos sem risco que proporcionam a rentabilidade r_F .

O investidor pode, igualmente, constituir uma carteira de activos sem risco e com risco podendo efectuar qualquer combinação de risco e rentabilidade na recta $R_{\rm F}$ M K.

Qualquer carteira que se situe na recta $[R_FMK]$ será preferida a qualquer carteira constituída só com activos com risco na fronteira eficiente [EFMA] (com excepção do ponto de tangência M).

Os pontos na recta $[R_FMK]$ representam a melhor combinação de rentabilidade e risco.

Dado o conjunto de novas oportunidades, o investidor move-se do ponto F para o ponto N.

De acordo com o CAPM, o investidor pode contrair ou conceder empréstimos (conceder empréstimos é equivalente a comprar activos sem risco) à taxa de juro R_F , o que dá a possibilidade de se mover na recta $[R_FMK]$.

Assim, a inclusão dos activos sem risco na constituição da carteira altera a fronteira eficiente. Se o mercado está em equilíbrio, *M* representa para o investidor uma carteira que contem activos na mesma proporção que a carteira de mercado.

A recta $[R_FMK]$ chama-se recta do mercado de capitais *(capital market line)* e tem a intercepção R_F e a inclinação $(R_m-R_F)/\sigma_m$ e exprime-se pela equação:

(2.29)
$$CML = E(R_p) = R_f + \frac{E(R_m) - R_{rF}}{\sigma_m} \sigma_p$$

onde:

 $E(R_p)$ é a esperança de rentabilidade da carteira; R_f é a taxa de rentabilidade de um activo sem risco.

A taxa de rentabilidade esperada de uma carteira eficiente (isto é, qualquer carteira situada na CML) é igual à taxa de rentabilidade de um activo sem risco mais um prémio de risco.

A recta do mercado de capitais (CML) exprime uma relação linear entre a rentabilidade esperada e o risco.

Vejamos, através de um exemplo, como se determina a esperança de rentabilidade de uma carteira, sendo conhecidos:

A rentabilidade de um activo sem risco, $R_F = 5\%$; A esperança de rentabilidade do mercado, $E(R_m) = 9\%$.

O desvio-padrão da rentabilidade do mercado, $\sigma_m = 12\%$;

o desvio-padrão da rentabilidade da carteira, σ_p = 11% (uma carteira particular).

Assim, a rentabilidade esperada da carteira será:

$$E(r_p) = 5\% + \left(\frac{9\% - 5\%}{12\%}\right) \cdot 11\%$$
$$= 5\% + 0.33 \times (11\%)$$

$$E(r_D) = 8,66\%$$

Recta de mercado do título (the security market line):

De acordo com o CAPM, o risco de um título é medido pelo coeficiente β . O beta⁹ mede a volatilidade da rentabilidade de um título em relação à rentabilidade da carteira de mercado.

A equação que relaciona o risco de um título, medido pelo β , e a sua rentabilidade é conhecida por recta de mercado do título *(security market line)* (SML).

A recta de mercado do título exprime que a rentabilidade de um activo com risco é igual à rentabilidade de um activo sem risco mais um prémio de risco. O prémio de risco é medido pela diferença entre a rentabilidade do mercado e a rentabilidade de um activo sem risco ponderado pelo beta do activo.

A recta do mercado do título exprime-se matematicamente pela fórmula:

(2.30)
$$SML = R_{it} = R_F + (R_{mf} - R_F) \beta_i$$

 $^{^9}$ Por definição, a média do mercado é igual a 1. Um título mais volátil do que o mercado tem um β superior a 1. Um activo menos volátil do que o mercado tem um β inferior a 1. O β de um activo isento de risco é 0.

 R_{jt} é a taxa de rentabilidade exigida pelo activo j, em período t;

 R_F é a taxa de rentabilidade de um activo sem risco;

 R_{mt} é a taxa de rentabilidade do mercado, em período t;

 β_j é o coeficiente b do título j, obtido pelo modelo de mercado.

A inclinação da SML (R_{mf} - R_F) mede o preço do risco pelo mercado. Para cada unidade de b a rentabilidade de um título aumenta por um montante igual a (R_m - R_F).

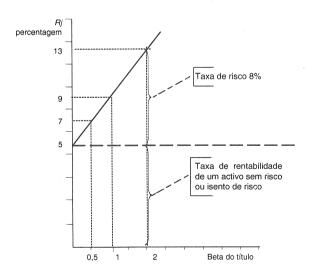
Vejamos como se calcula a rentabilidade do título, utilizando a *SML* e sabendo que:

A taxa de rentabilidade de um activo sem risco, $R_F = 5\%$;

A taxa de rentabilidade do mercado, $R_m = 9\%$; O beta do título j, β_j , é 1.

Assim, $R_i = 5\% + (9\% - 5\%) \times 1 = 5\% + 4\%$; $R_i = 9\%$.

A representação gráfica é a seguinte:



Um activo sem risco tem $\beta = 0$.

Aplicações práticas da SML

As aplicações práticas da SML são, entre outras, as seguintes: com base em dados *ex post:*

- Permite avaliar a *performance* dos gestores de carteiras:
- Testa a eficiência dos mercados financeiros ¹⁰;
- Testa a teoria de avaliação dos activos tais como o CAPM.

Com base em dados ex ante:

- Identifica os activos que estão correctamente avaliados, bem como os que estão sub e sobreavaliados;
- Determina o consenso do preço do risco, *price risk* implícito nos preços correntes do mercado.

O impacto da inflação

A taxa de rentabilidade de um activo sem risco, r_F , é uma taxa nominal, constituída por:

- taxa de rentabilidade real de um activo sem risco, r^* .
- prémio de inflação, ip.

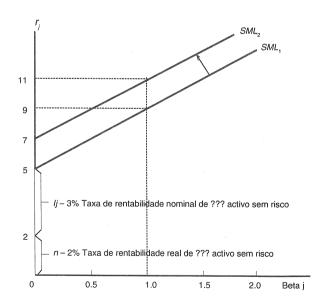
Se:
$$r^* = 2\% \Rightarrow R_F = r^* + ip \Rightarrow R_F = 2\% + 3\% = 5\%$$
 $ip = 3\%$

Se a taxa de inflação antecipada cresce de 3% para 5%, $R_F = 2\% + 5\% = 7\%$.

Um acréscimo na taxa de inflação antecipada origina um acréscimo idêntico em todos os activos, com risco e isentos de risco.

Portanto:

$$Rj = 7\% + (11\% - 7\%) * 1; Rj = 11\%$$



Alteração na aversão ao risco

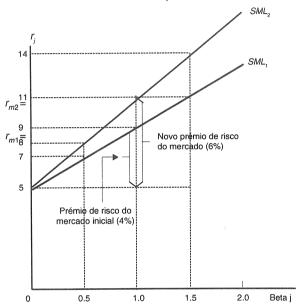
A inclinação da recta de mercado do título (SML) reflecte a aversão ao risco do investidor.

¹⁰ A eficiência dos mercados implica a ausência de rentabilidades anormais *(abnormal return),* isto é, todos os activos estão correctamente avaliados e proporcionam uma rentabilidade normal para o seu nível de risco.

Se os investidores fossem indiferentes ao risco e $R_F = 5\%$, então a rentabilidade esperada dos activos com risco proporcionaria a mesma rentabilidade de 5%.

Se não houvesse aversão ao risco não haveria prémio de risco e a SML seria horizontal.

Vejamos um caso em que o prémio de risco do mercado aumenta de 4% para 6%:



$$\beta_{j} = 1 \Rightarrow R_{m} = 9 \rightarrow R_{m} = 11; R_{F} = 5; R_{1} = 5\% + (9\% - 5\%) \times 1 = 9\% R_{2} = 5\% + (11\% - 5\%) \times 1 = 11\%$$
 $\beta_{j} = 1.5 R_{1} = 5\% + (9\% - 5\%) \times 1.5 = 11\%;$
 $R_{2} = 5\% + (11\% - 5\%) \times 1.5 = 14\%$

CAPM ajustado pelos impostos

O CAPM ignora a presença de impostos.

A implicação deste pressuposto é o de que os investidores são indiferentes ao receberem resultados sobre a forma de ganhos de capital (maisvalias) ou de dividendos, e que todos os investidores possuem a mesma carteira de activos com risco.

Contudo, na maioria dos países, os ganhos de capital são tributados com taxas de imposto mais baixas do que os dividendos.

Michael Brennan foi o primeiro autor a considerar formalmente o impacto no CAPM de diferentes taxas de imposto sobre as mais-valias e os dividendos.

Este autor emitiu os mesmos pressupostos do CAPM, mas admitiu que o *dividend vield* é certo.

A rentabilidade de um título (ou de uma carteira) é expressa através da seguinte fórmula:

(2.31)
$$E(r_j) = r_F(1 - T) + [E(r_m) - r_F - T(D_m - r_F)] \times bj + T \cdot D_j$$

onde:

 $E(r_i)$ é a rentabilidade esperada do título j;

$$T = \frac{Td - Tg}{1 - Ta}$$

sendo:

Td a taxa de imposto média sobre os dividendos:

Tg a taxa de imposto média sobre ganhos de capital;

 D_m é o dividend yield da carteira de mercado; D_i é o dividend yield do título j.

No modelo de Brennan, se a taxa de imposto sobre os dividendos é igual à dos ganhos de capital, o parâmetro de ajustamento dos impostos T é igual a zero e este modelo é igual à formula simples do CAPM.

Se há diferentes taxas de imposto, a rentabilidade esperada depende linearmente do *b*, tal como na fórmula simples do CAPM, mas:

- há necessidade de ajustamento da rentabilidade do mercado pelo impacto das taxas sobre o *dividend vield* da carteira de mercado;
- a rentabilidade esperada do título ou da carteira é função de um segundo factor: o *dividend* yield do título ou da carteira é ajustado pelo factor impostos através do parâmetro *T*.

Quando a taxa de imposto sobre os dividendos \acute{e} superior \grave{a} dos ganhos de capital (mais-valias) o parâmetro \mathcal{T} \acute{e} positivo.

Apesar da inclusão dos impostos, o CAPM estipula que a taxa de rentabilidade de um activo está linearmente relacionada com um único factor. Os preços não explicados pelo modelo designam-se anomalias.

Vários têm sido os autores que pesquisaram variáveis e factores que podem explicar o comportamento das rentabilidades médias das acções ordinárias e, por conseguinte, reduzir as anomalias.

6 — The arbitrage pricing theory (APT)

O modelo de arbitragem pelos preços (APT) é inspirado no CAPM, mas de aplicação mais geral.

O modelo APT, proposto por Ross, estipula que a taxa de rentabilidade de um activo é uma função linear de k factores, a saber:

(2.32)
$$E(rj) = R_F + [\overline{\delta}_1 - R_F] \bullet \beta_{i1} + \dots + [\overline{\delta}k - R_F] \bullet \beta_{ik}$$

onde:

E(rj) é a rentabilidade esperada do título j, calculada em função de vários factores;

 R_F é a rentabilidade de um activo sem risco; δ_k é a média do factor k transformado numa base ortogonal ¹¹ e exprime a rentabilidade esperada de um factor com uma sensibilidade unitária ao factor k e sensibilidade zero a todos os outros factores;

 β_{jk} são as sensibilidades («sensitivities») da rentabilidade do título j ao factor k;

 $\delta_k - R_F$ é o prémio de risco dado pela diferença entre a rentabilidade esperada de um factor (que tem uma unidade de resposta ao factor k e nula a todos os restantes factores) e a taxa de rentabilidade de um activo sem risco, r_F .

O β_{jk} é calculado do mesmo modo que o β no CAPM, ou seja:

(2.33)
$$\beta_{jk} = \frac{\text{Cov } (rj; \tilde{\delta}_k)}{\text{Var } (\tilde{\delta}_k)}$$

onde:

Cov $(r_j; \tilde{\delta}_k)$ é a covariância entre a rentabilidade do activo j e a transformação linear do factor k. Var $(\tilde{\delta}_k)$ é a variância da transformação linear do factor k.

Assim, o CAPM pode ser visto como um caso particular do APT.

Caso as rentabilidades esperadas dos activos não sejam iguais às rentabilidades obtidas pelo APT podem surgir oportunidades de arbitragem.

Para se obter uma carteira de arbitragem é necessário que se utilizem os mesmos recursos e que se mantenha o mesmo risco. Para se atingirem estes objectivos é necessário satisfazer duas condições:

Primeira:

$$\sum_{j=1}^{n} w_j = 0$$

onde wi é a percentagem investida no activo j.

Segunda:

$$\sum_{j=1}^{n} w_j \beta_{jk} = 0$$

onde β_{jk} são as sensibilidades das rentabilidades do título j ao factor k.

 w_{j} tem o mesmo significado que na fórmula precedente.

Quando a segunda condição é satisfeita, eliminou-se o risco sistemático, porque a média ponderada das componentes do risco sistemático, para cada factor, é igual a zero.

O APT é mais robusto do que o CAPM pelos seguintes motivos:

- O APT não emite pressupostos acerca da distribuição empírica da rentabilidade dos activos;
- O APT não emite pressupostos fortes acerca da função de utilidade individual (aversão ao risco como no caso do CAPM);
- Para o APT a rentabilidade de equilíbrio dos activos depende de vários factores e não apenas de um;
- O APT n\u00e3o exige que se teste a totalidade dos activos do universo para que se teste a teoria;
- Não existem funções especiais da carteira de mercado no APT, enquanto que o CAPM exige que a carteira de mercado seja eficiente;
- O APT facilmente se torna extensivo a um quadro multiperíodo;
- O CAPM é unidimensional no risco, enquanto que o APT é multidimensional.

Após o trabalho pioneiro de Ross, muitos outros autores têm procurado explicar a rentabilidade dos títulos e das carteiras baseando-se em múltiplas variáveis, a saber:

- A taxa de rentabilidade a longo prazo;
- · A taxa de rentabilidade a curto prazo;
- A dimensão medida pela capitalização bolsista (market equity, ME);

¹¹ A base ortogonal pressupõe que o produto do vector linha pelo vector coluna é igual a 0.

ESTUDOS DE GESTÃO

- O book-to-market equity, BE/ME, ou seja, a relação entre o valor contabilístico dos capitais próprios e o valor de mercado dos capitais próprios;
- Os resultados/preços (E/P).
- O cash flow/preços (C/P).
- A taxa de crescimento das vendas.

A taxa de rentabilidade a longo prazo foi utilizada no estudo de DeBondt e Thaler (1985). Estes autores concluiram que uma baixa rentabilidade a longo prazo proporciona uma rentabilidade futura mais elevada.

A taxa de rentabilidade a curto prazo foi utilizada por Jegadeesh e Titman (1993) e concluiram que que as taxas de rentabilidade elevadas no último ano tendem a manter-se elevadas no futuro.

As últimas variáveis foram utilizadas, entre outros, no estudo de Lakonishok, Shleifer e Vishny (1994).

Fama e French (1996) proposeram um modelo que especifica que a rentabilidade esperada, de uma carteira, em excesso da taxa isenta de risco, $(E(R_i)-R_i)$, é explicada pela sensibilidade da sua rentabilidade a três factores:

- À rentabilidade em excesso da carteira de mercado deduzida da rentabilidade de um activo sem risco (Rm-Rf);
- À diferença de rentabilidades de uma carteira de pequenas empresas e de grandes empresas, SMB (*small minus big*);
- À diferença de rentabilidades de uma carteira constituida por acções com alto *book-to-market* equity e com baixo, HML (*high minus low*).

De acordo com Fama e French (op. cit) a rentabilidade em excesso de uma carteira j é expressa pela fórmula:

$$E(Rj) - Rf = bj * (E(Rm)-Rf) + sj* E(SMB) + hj* E (HML)$$

onde: E(Rm)-Rf, E(SMB) e E (HML) são os prémios esperados e os factores de sensibilidade, bj, sj e hj são as inclinações da regressão

$$Rj - Rf = \alpha j + b j (Rm) - Rf) + s j^* SMB + h j^*$$

 $HML + \epsilon j$

Para Fama e French (1996) os resultados obtidos através do seu modelo trifactorial são bastante satisfatórios e capturam melhor que o CAPM a variação da rentabilidade média.

Conclusões

Este artigo teve por objectivo:

- Apresentar as funções dos mercados financeiros, os seus diferentes tipos e a sua classificação de acordo com Fama;
- Expor, com base em dados *ex post* e *ex ante,* a rentabilidade clássica e logarítmica dos títulos e das carteiras, a média, o desvio padrão, a variância e o coeficiente de correlação;
- Exprimir matematicamente o modelo de mercado, o que se entende por risco sistemático, não sistemático e total de um título ou de uma carteira, bem como as suas aplicações práticas;
- Apresentar as oportunidades de investimento, a fronteira eficiente, as curvas de indiferença e a constituição da carteira óptima com base em activos com risco e em activos isentos de risco e com risco;
- Exprimir matematicamente a recta de mercado de capitais (capital market line CML) e o modelo de equilíbrio dos activos financeiros, MEDAF, ou capital asset market model CAPM ou security market line SML, bem como os pressupostos em que ele se baseia. Foi também apresentado o modelo de Michael Brennan ou CAPM ajustado pelos impostos e as aplicações práticas destes impostos;
- Por último, foi exposto o modelo de arbitragem pelos preços (*arbitrage pricing theory* APT), os seus pressupostos, e o modelo trifactorial de Fama e French.

ESTUDOS DE GESTÃO

Bibliografia

BRIGHAM, E., e GAPENSKI, L. - Intermediate Financial Managemen, The Dryden Press, 5.ª ed., 1996.

CHAREST, G., e LUSZTIC, Schwab — Gestion Financière, Renouveau Pédagogique, 1990.

COPELAND, T., e WESTON, J. F. — Financial Theory and Corporate Policy, Addison Wesley, 3.ª ed., 1988.

DEBONDT, W., THALER, R. — «Does the Stock Market overreact», The Journal of Finance, 40, 1995.

FAMA, E., e FRENCH, K. — «Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies», *The Journal of Finance*, vol. Li, n.º 1, March 1996.

FOSTER, G. — Financial Statement Analysis, Prentice Hall, 1978.

FRANCIS, J. C. — Investments Analysis and Management, Mc Graw-Hill, 5.ª ed., 1991.

FULLER, R., e FARREL, J. - Modern Investment and Security Analysis, Mc Graw-Hill, 2.ª ed., 1988.

JEGADEESH e TITMAN — «Return to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency», *The Journal of Finance*, 48, 1993.

LAKONISHOK, J., SHLEIFER, A., e VISHNY, R. «Contrarian Investment, Extrapolation, and Risk» *The Journal of Finance*, 49, 1994.

LEVASSEUR, M., e QUINTART, A. — Finance, Economica, 2.ª ed., 1992.